



Phần 1. ĐẠI SỐ

Bài 1. Rút gọn rồi tính giá trị của các biểu thức sau:

- 1) $A = (2-x)(x+2) - (x+3)^2$ tại $x = 5$
- 2) $B = (2x+5)^2 - 4(x-3)(x+3)$ tại $x = \frac{1}{10}$
- 3) $C = (x+1)^3 + 6(x+1)^2 + 12x + 20$ tại $x = 5$
- 4) $D = (2x-1)(4x^2+2x+1) - 7(x^3+1)$ tại $x = \frac{-1}{2}$
- 5) $E = (-x-2)^3 + 2(x-2)(x^2+2x+4) - x^2(x-6)$ tại $x = -2$
- 6) $G = (x-1)^3 - (x+2)(x^2-2x+4) + 3(x+4)(x-4)$ tại $x = \frac{1}{-2}$
- 7) $B = 9x^2 + 4y^2 + 12xy - 2024$ tại $3x + 2y = -2$
- 8) $C = x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 - 2x^2 - 8xy - 8y^2$ tại $x = -2y$

Bài 2. Tính giá trị biểu thức:

- 1) $A = x^3 + y^3$ biết $x + y = 5; xy = 5$
- 2) $B = x^4 + y^4$ biết $x + y = 5; xy = 5$

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- 1) $2x^3y - 8x^2y + 8xy$
- 2) $(2x-3)^2 - 25y^2$
- 3) $3x(x+5) - 2(5+x)$
- 4) $x(y^2-1) + 4(1-y^2)$
- 5) $(x+1)^2 - 3x - 3$
- 6) $x^3 - 2x^2 + x - 2$
- 7) $3x^2 - 8xy - 3y^2$
- 8) $6x^2 - x - 2$
- 9) $7x - 3x^2 - 2$
- 10) $9x^3 - 9x^2y - 4x + 4y$
- 11) $x^2y - x^3 - 9y + 9x$
- 12) $2ax^3 + 6ax^2 + 6ax + 18a$
- 13) $8x^3 - \frac{1}{8}$
- 14) $(x+1)^2 - 4x^2 + 4x - 1$
- 15) $x^4 - 18x^2 + 81$
- 16) $x^2 - 6x - 4y^2 + 9$
- 17) $x^2 - y^2 - 2y - 1$
- 18) $4(x^2 - y^2) - 4x + 1$
- 19) $x^2 - 4x + 4 - y^2 - 6y - 9$
- 20) $2x - 2y - x^2 + 2xy - y^2$
- 21) $x^4 - x^2 + 2xy - y^2$
- 22) $(x+y)^2 - 8(x+y) + 12$
- 23) $(x^2+2x)^2 - 2x^2 - 4x - 3$
- 24) $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) + 24$
- 25) $a^3 - 6a^2 + 11a - 6$
- 26) $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$
- 27) $(x^2+3x+1)(x+1)(x+2) - 6$
- 28) $4x^4y^4 + 1$
- 29) $2x^3 - x^2 - 13x - 6$
- 30) $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y - 15$

Bài 4. Tìm x, biết:

- 1) $4x(x-5) - (x-1)(4x-3) = 5$
- 2) $6x^2 - (2x+1)(3x-2) = 1$
- 3) $(x+2)^2 - x(x+3) = 2$
- 4) $8x(x-5) - 3x + 15 = 0$
- 5) $2x^3 - 50x = 0$
- 6) $2x^2 - 2x = (x-1)^2$
- 7) $9x^2 - 16 + (3x+4)^2 = 0$
- 8) $(2x-3)^2 = (x+5)^2$
- 9) $4x^2 - 25 - (2x-5)(2x+7) = 0$

$$10) 6x^2(2x-5)-8x(5-2x)=0 \quad 11) 2x(x-2)^2-(2-x)^3=0 \quad 12) x^2+x(1-x)+2x+1=0$$

$$13) 8x^2+30x+7=0$$

$$14) x^3-11x^2+30x=0$$

$$15) 5x^3-7x^2-15x+21=0$$

Bài 5. Cho mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài là $x+1$ mét và chiều rộng là x mét. Người ta làm quy hoạch một phần diện tích của mảnh đất bằng $6x-6$ (m^2) để trồng cây. Phần còn lại để làm nhà.

a) Viết biểu thức tính diện tích S phần làm nhà của mảnh đất theo x

b) Biết diện tích phần làm nhà là $132 m^2$, tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật.

Bài 6. Một tấm bìa cứng hình chữ nhật có chiều dài là $x+43$ (cm) và chiều rộng là $x+30$ (cm) (với $x > 0$). Người ta cắt ở mỗi góc của tấm bìa một hình vuông cạnh là $x+5$ (cm), và xếp phần còn lại thành một cái hộp không có nắp

a) Viết đa thức S biểu thị diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật.

b) Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật trên với $x = 5$

Bài 7. Một sân vận động hình chữ nhật có chiều dài $5x+3y$ (m) và chiều rộng là $5x-3y$ (m) (với $5x > 3y > 0$). Người ta làm lối đi rộng 3m xung quanh sân, phần còn lại trồng cỏ nhằm phục vụ cho các trận đá bóng.

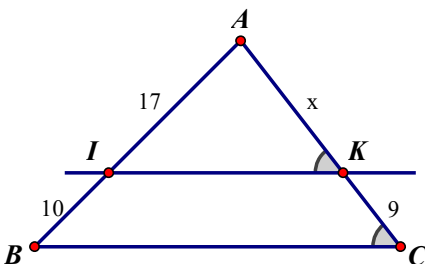
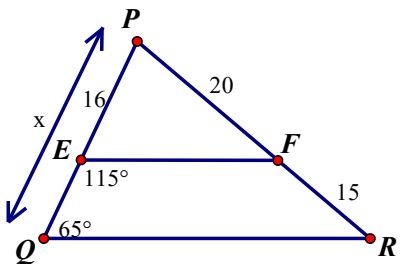
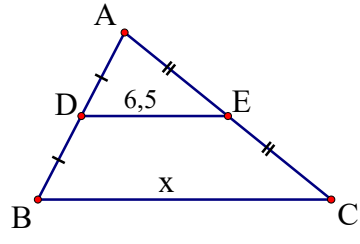
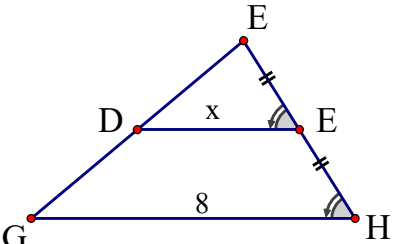
a) Viết đa thức biểu thị diện tích phần mặt sân được trồng cỏ.

b) Tính số tiền trồng cỏ cho mặt sân với $x = 12$; $y = 3$, biết số tiền để trồng $1m^2$ cỏ là 50 000 đồng.

Bài 8. Một cửa hàng văn phòng phẩm nhập mỗi bộ dụng cụ hình học với giá 40 nghìn đồng. Theo ước tính, nếu mỗi bộ được bán với giá x (nghìn đồng) thì mỗi tháng sẽ bán được $120 - x$ (bộ). Tính lợi nhuận lớn nhất mà cửa hàng có thể thu được từ việc bán bộ dụng cụ hình học trong tháng.

PHẦN 2. HÌNH HỌC

Bài 1. Tìm độ dài x , y trong các hình vẽ sau:

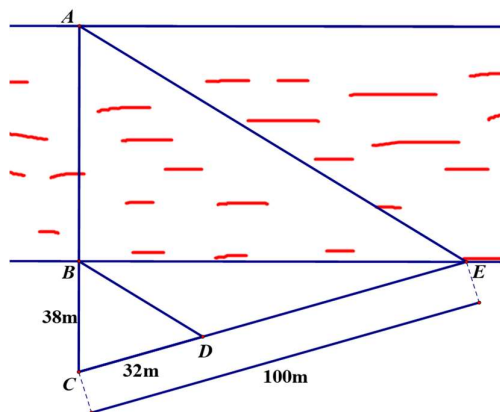
 Hình 1	 Hình 2
 Hình 3	 Hình 4

Bài 2.

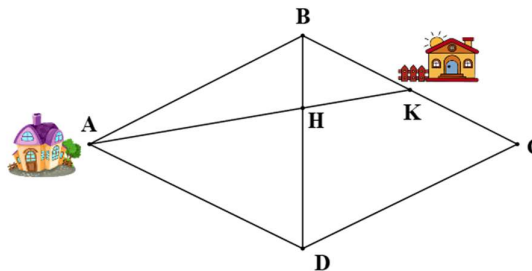
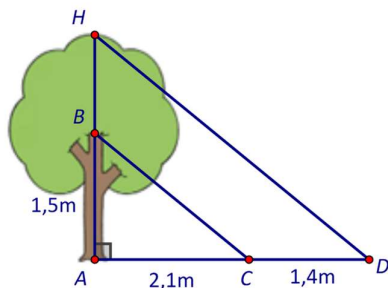
Để đo chiều rộng AB của một khúc sông người ta dựng các điểm A; B; C; D; E như hình vẽ.

Biết $BD \parallel AE$; $CB = 38 \text{ m}$; $CD = 32 \text{ m}$;

$CE = 100 \text{ m}$ Tính chiều rộng AB của khúc sông (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

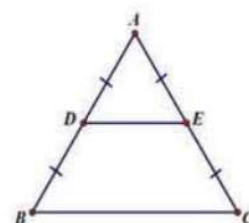


Bài 3. Để đo chiều cao AH của một cái cây, người ta lấy các điểm B, C, D như hình vẽ. Biết $BC \parallel DH$; $AC = 2,1 \text{ m}$; $CD = 1,4 \text{ m}$; $AB = 1,5 \text{ m}$. Tính chiều cao của cái cây đó



Bài 4. Nhà bạn Hoa ở vị trí K, nhà bạn Phương ở vị trí A (như hình bên), biết rằng tứ giác ABCD là hình thoi và K là trung điểm của BC. Hai bạn đi xe đạp với cùng một vận tốc trên con đường AK để đi đến điểm H. Bạn Hoa xuất phát lúc 8 giờ. Hỏi bạn Phương phải xuất phát lúc mấy giờ để gặp bạn Hoa lúc 8 giờ 15 phút tại điểm H?

Bài 5. Bác An có một cái kệ để đồ bằng gỗ có dạng hình tam giác (như hình bên). Sau một thời gian sử dụng, tấm ván ở giữa (DE) bị mục và bác An muốn thay. Bác đo được độ dài tấm ván dưới của ngăn cuối (BC) bằng 36cm. Tính chiều dài tấm ván cần thay thế (tính theo đơn vị centimet)



Bài 6. Cho $\triangle ABC$, lấy điểm M thuộc cạnh AB (M khác A và B). Đường thẳng qua M song song với BC cắt AC tại N. Đường thẳng qua N song song với AB cắt BC tại P.

a) Tứ giác BMNP là hình gì?

b) Chứng minh $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

c) Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = AM$. Kẻ $DE \parallel BC$ ($E \in AC$).

Chứng minh $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, M là trung điểm của BC. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của M trên AB và AC.

a) Tứ giác ADME là hình gì? Vì sao?

b) Chứng minh $DE = \frac{1}{2} BC$

- c) Gọi P là trung điểm của BM, Q là trung điểm của MC. Chứng minh tứ giác DPQE là hình bình hành.
- d) ΔABC vuông ban đầu cần thêm điều kiện gì để hình bình hành DPQE là hình chữ nhật?

Bài 8. Cho hình chữ nhật ABCD. Trên tia DC lấy điểm I sao cho $CD = CI$.

- a) Tứ giác ABIC là hình gì? Vì sao?
- b) Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của BI. Chứng minh tứ giác BOCM là hình thoi.
- c) Gọi S là giao điểm của DA và IB, K là giao điểm của BD và AI. Chứng minh S, K, C thẳng hàng.
- d) Tìm điều kiện của hình chữ nhật ABCD để hình thoi BOCM là hình vuông.

Bài 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ $BK \perp AC$. Lấy M, N lần lượt là trung điểm của AK, DC.

Kẻ $CI \perp BM$ ($I \in BM$) và CI cắt BK tại E.

- a) Chứng minh E là trực tâm của ΔMBC và $EB = EK$.
- b) Chứng minh tứ giác MNCE là hình bình hành.
- c) Chứng minh $MN \perp BM$.
- d) Gọi P là trung điểm BN, AC cắt EN tại Q. Chứng minh $BK \cdot BP = 4 \cdot PQ \cdot PM$.

Bài 10. Cho ΔABC vuông tại A. Gọi E, G, F lần lượt là các trung điểm của AB, BC, AC. Từ E kẻ đường thẳng song song với BF, đường thẳng này cắt GF tại I.

- a) Tứ giác AFGE là hình gì? Vì sao?
- b) Chứng minh 3 đường thẳng AG, BI và EF đồng quy
- c) Chứng minh tứ giác AGCI là hình thoi
- d) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác AGCI là hình vuông.

PHẦN 3. BÀI NÂNG CAO

Bài 1. Cho hai số thực khác nhau a, b thỏa mãn: $\frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} = \frac{2}{1 + ab}$

Tính giá trị của biểu thức: $M = \frac{1}{a^{2023} + 1} + \frac{1}{b^{2023} + 1}$.

Bài 2. Cho các số a, b, c thỏa mãn $abc = 2$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{2a}{ab + 2a + 2} + \frac{b}{bc + b + 2} + \frac{c}{ac + c + 1}.$$

Bài 3. Cho a, b, c khác 0 thỏa mãn: $abc = \frac{2}{3}$ và $2a + 6b + c = \frac{2}{a} + \frac{2}{3b} + \frac{4}{c}$.

Chứng minh rằng $(a - 1)(3b - 1)(c - 2) = 0$.

Bài 4. Tìm GTNN của biểu thức: $M = xy(x - 2)(y + 6) + 12x^2 - 24x + 3y^2 + 18y + 2023$.

Bài 5. Cho các số x, y thỏa mãn đẳng thức $5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2x - 2y + 2 = 0$

Tính giá trị của biểu thức $M = (x + y)^{2021} + (x + 2)^{2022} + (y - 1)^{2023}$.

Hết.