

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 9

CHƯƠNG VII: TẦN SỐ VÀ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI

I. TỔNG HỢP KIẾN THỨC.

1. Bảng tần số:

- Mẫu số liệu là tập hợp các dữ liệu thu thập được theo tiêu chí cho trước.
- Số lần xuất hiện của một giá trị trong mẫu dữ liệu thống kê được gọi là tần số của giá trị đó.
- Bảng tần số biểu diễn tần số của mỗi giá trị trong mẫu dữ liệu.

Tên các giá trị x	x_1	x_2	...	x_i	Cộng
Tần số n	n_1	n_2	...	n_i	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

2. Bảng tần số tương đối:

- Tần số tương đối f_i của giá trị x_i là tỉ số giữa tần số n_i của giá trị đó và số lượng N các dữ liệu trong mẫu số liệu thống kê: $f_i = \frac{n_i}{N}$ (tần số tương đối thường viết dưới dạng phần trăm).

Tên các giá trị x	x_1	x_2	...	x_i	Cộng
Tần số tương đối %	f_1	f_2	...	f_i	100

3. Bảng tần số, tần số tương đối ghép nhóm:

a. Mẫu số liệu ghép nhóm:

- Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm thành mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện như sau: Tìm nửa khoảng $[a; b)$ sao cho giá trị của mỗi số liệu trong mẫu số liệu đều thuộc nửa khoảng $[a; b)$.
- Ta thường phân chia nửa khoảng $[a; b)$ thành các nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

Chú ý: Khi ghép nhóm số liệu, đầu mút của nhóm có thể không phải là giá trị của mẫu số liệu.

b. Bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	$[a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$	...	$[a_{i-1}; a_i)$	Cộng
Tần số ghép nhóm n	n_1	n_2	...	n_i	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

c. Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Tần số tương đối ghép nhóm (hay tần số tương đối) f_i của nhóm i là tỉ số giữa tần số n_i của nhóm đó và số lượng N các dữ liệu trong mẫu số liệu thống kê: $f_i = \frac{n_i}{N}$

Nhóm	$[a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$	...	$[a_{i-1}; a_i)$	Cộng
Tần số tương đối ghép nhóm %	f_1	f_2	...	f_i	100

d. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm:

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm có dạng cột kề nhau, mỗi cột tương ứng với một nhóm. Cột biểu diễn nhóm $[a_1; a_2)$ có đầu mút trái là a_1 , đầu mút phải là a_2 và có chiều cao tương ứng với tần số tương đối của nhóm.

Nếu các nhóm $[a_i; a_{i+1})$ có độ dài $l_i = a_{i+1} - a_i$ không bằng nhau thì ta dựng các cột có đáy bằng l_i và chiều cao $y_i = \frac{f_i}{l_i}$ tức là diện tích mỗi cột bằng tần số tương đối của nhóm $[a_i; a_{i+1})$.

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Điều tra về sự tiêu thụ điện năng (tính theo kw.h) của một số phòng cho thuê trong một chung cư mini, ta được kết quả như bảng sau. Hãy trả lời các câu hỏi dưới đây

165	85	65	65	70	50	45	100	45	100
100	100	100	90	53	70	140	41	50	150

1.1. Dấu hiệu tìm hiểu ở đây là?

- A. Sự tiêu thụ điện năng của các phòng.
 B. Sự tiêu thụ điện năng của một phòng.
 C. Sự tiêu thụ điện năng (tính theo kw.h) của một chung cư mini.
D. Sự tiêu thụ điện năng (tính theo kw.h) của một số phòng trong một chung cư mini.

1.2. Có bao nhiêu phòng cần điều tra?

- A. 22 B. 20 C. 28 D. 30

1.3. Có bao nhiêu phòng tiêu thụ mức điện năng nhỏ hơn 100 kwh

- A. 22 B. 10 C. 12 D. 15

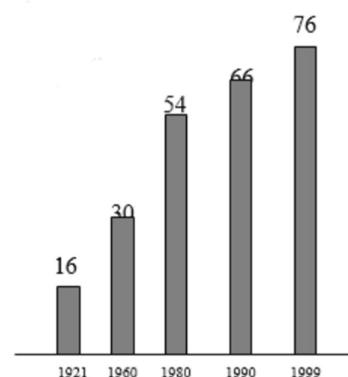
Câu 2. Dân số nước ta qua một số năm được thể hiện bằng biểu đồ bên phải. Hãy trả lời các câu hỏi sau

2.1. Từ năm 1960 đến năm 1999 số dân nước ta tăng thêm

- A. 46 triệu người B. 66 triệu người
 C. 56 triệu người D. 36 triệu người

2.2. Chọn câu trả lời sai

- A. Năm 1921 số dân của nước ta là 16 triệu người
 B. Năm 1980 số dân của nước ta là 54 triệu người
C. Năm 1990 số dân của nước ta là 66 nghìn người
 D. Năm 1999 số dân của nước ta là 76 triệu người



Câu 3. Công thức tính tần số tương đối f_i của giá trị x_i là:

- A. $f_i = n_i \cdot N$ B. $f_i = \frac{n_i}{N}$ C. $f_i = \frac{N}{n_i}$ D. $f_i = \frac{n_i}{N} \cdot x_i$

Câu 4. Một trường trung học cơ sở thống kê số giờ (trung bình) chơi thể thao trong một tuần của 420 học sinh. Kết quả mẫu số liệu thống kê đó được cho ở bảng tần số sau. Tần số tương đối của các giá trị lần lượt là:

Số giờ chơi thể thao (x)	8	9	10	12	Cộng
Tần số (n)	147	126	84	63	N = 420

- A. 35%; 30%; 20%; 15% B. 34%; 32%; 21%; 13%
 C. 36%; 33%; 16%; 15% D. 34%; 31%; 22%; 13%

Câu 5. Một công ty nông sản xuất khẩu 4 mặt hàng chủ lực là Chè (C), Hạt điều (Đ), Hạt tiêu (T), Sắn (S). 40 container hàng xuất khẩu của công ty được thông quan qua cửa khẩu quốc tế Móng Cái vào tháng 5 năm 2023 như sau. Tần số tương đối của các giá trị C, Đ, T, S lần lượt là:

C	C	C	Đ	Đ	Đ	Đ	C	C	C	T	T	S	S	S	C	C	C	Đ	T
T	T	S	Đ	Đ	C	S	S	S	C	T	T	Đ	Đ	T	T	T	C	C	T

- A. 22,5%; 32,5%; 17,5%; 27,5% B. 32,5%; 22,5%; 27,5%; 17,5%
 C. 27,5%; 27,5%; 17,5%; 32,5% D. 37,5%; 27,5%; 22,5%; 12,5%

Câu 6. Tổng điểm mà các thành viên đội tuyển Olympic Toán quốc tế (IMO – hình thức thi trực tiếp) của Việt Nam đạt được trong các năm 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2022, 2023 được thống kê lần lượt như sau: 159; 161; 133; 113; 148; 180; 157; 151; 151; 155; 148; 177; 150; 196; 180. (Nguồn: <https://imo-official.org>).

6.1. Cho biết có bao nhiêu số liệu thống kê ở trên.

- A. 14 B. 15 C. 30 D. 28

6.2. Trong các số liệu thống kê ở trên có bao nhiêu giá trị khác nhau?

- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

Câu 7. Thống kê số quyển sách quyển góp ủng hộ thư viện nhà trường của 100 học sinh khối 9 như sau:

50	38	35	38	50	38	27	38	47	27	27	35	38	32	38	32	35	32	35	32
38	38	35	32	35	38	38	50	32	47	27	38	35	27	47	35	38	38	32	35
35	35	27	32	38	35	32	32	38	32	38	35	27	38	27	38	27	32	38	38
38	32	38	32	35	27	35	38	32	27	50	32	27	35	47	32	38	27	32	32
38	27	35	38	35	47	35	38	35	38	35	35	35	35	35	27	50	38	32	38

7.1. Trong 100 số liệu thống kê ở trên, có bao nhiêu giá trị khác nhau?

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

7.2. Tần số của giá trị 27 là?

- A. 15 B. 20 C. 25 D. 30

7.3. Tần số tương đối của giá trị 38 là?

- A. 15% B. 20% C. 25% D. 30%

7.4. Tần số tương đối của giá trị 32 là?

- A. 15% B. 20% C. 25% D. 30%

Câu 8. Khối lượng thức ăn trung bình (đơn vị: gam) trong một ngày cho mỗi con lợn 50 kg của một số hộ gia đình được thống kê như sau:

2200	2150	2100	2100	2200	2200	2100	2200	2100	2050
2100	2200	2200	2150	2050	2150	2200	2050	2100	2050
2150	2100	2050	2200	2150	2100	2150	2100	2200	2200
2100	2100	2050	2150	2100	2150	2150	2100	2150	2100
2100	2050	2100	2200	2200	2100	2100	2150	2200	2150

8.1. Có bao nhiêu giá trị thống kê?

- A. 2200 B. 50 C. 100 D. 4

8.2. Số giá trị khác nhau là:

- A. 4 B. 100 C. 50 D. 2200

8.3. Tần số của giá trị 2100 là:

- A. 7 B. 18 C. 12 D. 13

8.4. Tần số tương đối của giá trị 2150 là:

- A. 14% B. 36% C. 24% D. 26%

Câu 9. Điều tra về số tiền mua sách trong một năm của 40 sinh viên ta có mẫu số liệu sau:

203	37	141	43	55	303	252	758	321	123
425	27	72	87	215	358	521	863	279	284
608	302	703	68	149	327	127	125	234	489
498	968	350	57	75	503	712	440	404	185

Các số liệu trên được phân thành 10 lớp (đơn vị nghìn đồng):

$$L_1 = [0; 100), L_2 = [100; 200), \dots, L_{10} = [900; 1000).$$

9.1. Có bao nhiêu phần trăm số sinh viên có mức chi cho việc mua sách trong khoảng từ 300 nghìn đồng tới dưới 700 nghìn đồng?

- A. 30%; B. 35%; C. 32% D. 32,5%.

9.2. Có bao nhiêu phần trăm số sinh viên có mức chi cho việc mua sách từ 500 nghìn đồng trở lên?

- A. 19,5%; B. 20%; C. 21%; D. 22%.

Câu 10. Thời gian để 30 con chuột thoát khỏi mê cung trong một thí nghiệm về động vật được ghi lại như sau (đơn vị phút):

1,97	0,6	4,02	3,20	1,15	6,06	4,44	2,02	3,37	3,65
1,74	2,75	3,81	9,70	8,29	5,63	5,21	4,55	7,60	3,16
3,77	5,36	1,06	1,71	2,47	4,25	1,93	5,15	2,06	1,65

Gọi f là tỉ lệ phần trăm số liệu nằm trong khoảng $(1,5; 5,98)$. Trong các giá trị dưới đây, giá trị nào gần với f nhất?

- A. 76% B. 76,5% C. 77% D. 77,5%

Câu 11. Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong mẫu số liệu sau và được phân thành 6 lớp:

68	52	49	56	69	74	41	59
79	61	42	57	60	88	87	47
65	55	68	65	50	78	61	90
86	65	66	72	63	95	72	74

$$L_1 = [40; 50); L_2 = [50; 60); L_3 = [60; 70); L_4 = [70; 80); L_5 = [80; 90); L_6 = [90; 100)$$

Có bao nhiêu học sinh có số điểm trong nửa khoảng $[50; 80)$?

- A. 23 B. 24 C. 25 D. 26

Câu 12. Chọn 36 học sinh nam của một trường THPT và đo chiều cao của họ ta thu được mẫu số liệu sau (đơn vị xen-ti-mét):

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164
164	164	164	165	165	165	165	165	166	166
166	166	167	167	168	168	168	168	169	169
170	171	171	172	172	174				

Ta vẽ biểu đồ hình quạt với 5 lớp:

$$L_1 = [159,5; 162,5); L_2 = [162,5; 165,5); L_3 = [165,5; 168,5); L_4 = [168,5; 171,5); L_5 = [171,5; 174,5]$$

Hình quạt nào có diện tích lớn nhất?

- A. L_1 B. L_2 C. L_3 D. L_4 .

Câu 13. Bảng phân bố tần số sau đây ghi lại số vé không bán được trong 62 buổi chiếu phim:

Lớp	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	Cộng
Tần số	3	8	15	18	12	6	N = 62

Có bao nhiêu buổi chiếu phim có nhiều nhất 19 vé không bán được?

- A. 42 B. 43 C. 44 D. 45

Câu 14. Mẫu số liệu ghép nhóm về lượng rau (đơn vị: tấn) thu được trong một năm của các đội sản xuất ở một hợp tác xã như bảng sau:

Nhóm	[5; 10)	[10; 15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	Cộng
Tần số	2	4	3	5	4	2	N = 20

Mẫu số liệu được chia thành số nhóm là:

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 15. Dãy N số liệu thống kê được cho trong bảng phân bố tần suất sau đây:

Giá trị	0	1	2	3	4	Cộng
Tần suất (%)	6,25	50	25	6,25	12,5	100%

N có thể nhận giá trị nào trong các giá trị cho sau đây?

- A. N = 72 B. N = 68 C. N = 88 D. N = 64

Câu 16. Cho dãy số liệu thống kê sau:

53	47	59	66	36	69	84	77	42	57
51	60	78	63	46	63	42	55	63	48
75	60	58	80	44	59	60	75	49	63

Các số liệu trên được phân thành 10 lớp:

$$L_1 = [36; 40,8); L_2 = [40,8; 45,6); L_3 = [45,6; 50,4); L_4 = [50,4; 55,2); L_5 = [55,2; 60);$$

$$L_6 = [60; 64,8); L_7 = [64,8; 69,6); L_8 = [69,6; 74,4); L_9 = [74,4; 79,2); L_{10} = [79,2; 84).$$

Ta vẽ biểu đồ tần số hình cột với 10 cột hình chữ nhật cho bảng phân bố tần số ghép lớp này. Diện tích của cột với đáy $[45,6; 50,4)$ là:

- A. 14,4 B. 19,2 C. 33,6 D. 9,6

III. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. Thống kê số cuộc gọi đến tổng đài CSKH mỗi ngày trong tháng 11/2024 được ghi lại như sau:

4	2	6	3	6	3	2	5	4	2	5	4	3	3	3
3	5	4	4	3	4	6	5	3	6	3	5	3	5	5

- a) Xác định cỡ mẫu.
b) Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.
c) Có bao nhiêu giá trị có tần số lớn hơn 4?

Bài 2. Thầy Tùng ghi lại điểm bài kiểm tra giữa học kì I môn Toán của một số bạn học sinh khối 9 như sau, Có thể thu gọn bảng số liệu trên được không?

6	9	9	8
8	8	6	9
8	8	6	10
7	6	9	10
7	7	7	9

Bài 3. Bảng sau đây ghi lại tên của các bạn đạt điểm tốt vào các ngày trong tuần của lớp 9V, mỗi điểm tốt ghi tên một lần.

Ngày	Thứ Hai	Thứ Ba	Thứ Tư	Thứ Năm	Thứ Sáu
Tên bạn đạt điểm tốt	Bình Nam	Tuấn Thảo	Bình	Yến Nam	Nam Thảo

- Trong tuần những bạn nào đạt điểm tốt? Mỗi bạn đạt được mấy điểm tốt?
- Lập bảng tần số cho dãy dữ liệu này. Bạn nào có số lần đạt điểm tốt nhiều nhất?

Bài 4. Biểu đồ hình bên dưới cho biết số ngày sử dụng phương tiện đến trường của bạn Mai trong tháng 9. Lập bảng tần số cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.



Bài 5. Thống kê thâm niên công tác (đơn vị: năm) của 33 nhân viên ở một công sở như sau:

7	2	5	9	7	4	3	8	10	4	4
2	4	4	5	6	7	7	5	4	1	8
9	4	2	8	5	5	7	3	14	8	8

- Lập bảng tần số ở dạng bảng dọc của mẫu số liệu thống kê đó
- Vẽ biểu đồ tần số lớn dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu thống kê trên.

Bài 6. Sau khi điều tra 60 hộ gia đình ở vùng dân cư về số nhân khẩu của mỗi hộ gia đình, người ta được dãy số liệu sau. Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên.

6	6	6	7	5	5	4	5	6	4	4	8	6	6	6
6	5	5	5	4	6	6	7	7	5	5	5	5	6	4
4	6	6	6	6	5	5	5	4	8	6	6	5	5	5
5	6	6	4	5	6	7	6	8	6	5	5	6	5	6

Bài 7. Điều tra về “Loại nhạc cụ bạn muốn chơi nhất” đối với các bạn trong lớp, bạn Linh thu được ý kiến trả lời và ghi lại như dưới đây:

Đàn piano	Trống	Đàn Bầu	Đàn piano	Đàn guitar
Đàn guitar	Sáo	Đàn guitar	Đàn guitar	Đàn piano
Sáo	Đàn piano	Sáo	Kèn harmonica	Đàn violin
Trống	Đàn guitar	Đàn Bầu	Đàn piano	Đàn piano
Đàn violin	Đàn piano	Đàn violin	Sáo	Trống
Kèn harmonica	Đàn violin	Đàn piano	Đàn piano	Đàn guitar

- Có bao nhiêu loại nhạc cụ được các bạn nêu trên?
- Hãy xác định tỉ lệ phần trăm học sinh chọn mỗi loại nhạc cụ.

Bài 8. Bảng sau thống kê số lượt click chuột vào xem quảng cáo ở một trang web vào tháng 12/2022.

Số lượt nhấp chuột	0	1	2	3	4	5
Số người dùng	25	56	12	9	5	3

- Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn biểu diễn mẫu số liệu trên.
- Tính số lượt click chọn xem quảng cáo trung bình của một người khi truy cập trang web?

Bài 9. Một cửa hàng thống kê lại số điện thoại di động bán được trong tháng 04/2022 và tháng 04/2023 ở bảng sau:

Thương hiệu	A	B	C	D	Các thương hiệu khác
Tháng 4/2022	54	48	32	96	20
Tháng 4/2023	60	56	60	120	24

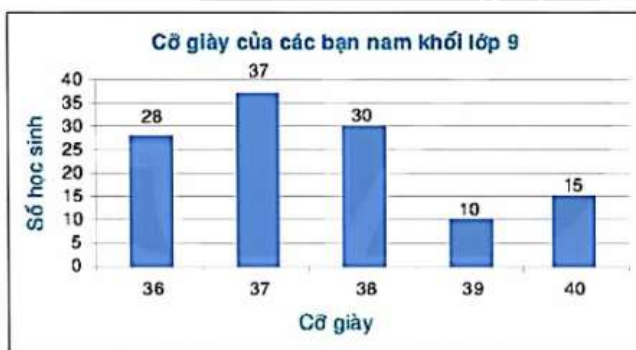
- Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để thấy xu thế thay đổi lựa chọn thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê.
- Hãy cho biết trong các thương hiệu điện thoại A, B, C, D, thương hiệu nào tăng trưởng cao nhất, thương hiệu nào tăng trưởng thấp nhất.

Bài 10. Biểu đồ hình quạt tròn dưới đây biểu diễn tần số tương đối của các ngôn ngữ lập trình được sử dụng khi viết 200 phần mềm của một công ty công nghệ. Biết rằng, mỗi phần mềm được viết bằng đúng một ngôn ngữ lập trình.

- Ngôn ngữ lập trình nào được sử dụng phổ biến nhất khi viết 200 phần mềm đó?
- Hãy lập bảng tần số biểu diễn số liệu cho bởi biểu đồ trên.



Bài 11. Biểu đồ cột hình bên dưới cho biết cỡ giày của các bạn nam khối lớp 9 trong trường. Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.



Bài 12. Khảo sát các học sinh lớp 6 một trường THCS về thời gian sử dụng mạng xã hội trung bình trong một ngày (đơn vị: giờ), kết quả thu được như hình bên.

- Có bao nhiêu bạn tham gia khảo sát, biết rằng có 4 bạn sử dụng mạng xã hội từ 4,5 giờ trở lên?
- Một người cho rằng có trên 50% học sinh tham gia khảo sát sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở lên mỗi ngày. Nhận định của người đó có hợp lý không? Tại sao?



Bài 13. Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau:

6,6	7,2	8,0	8,0	7,5	7,5	7,7
6,6	7,2	8,0	8,0	7,5	7,5	7,7
8,2	8,3	7,8	7,9	8,2	7,4	8,3
7,8	8,7	8,6	8,5	7,9	7,7	8,1
9,0	7,0	8,1	8,0	8,9	9,4	9,2

Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

Bài 14. Nhà may Châu Anh tặng áo phong đồng phục lớp cho 40 học sinh của lớp 9A6. Nhà may đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn cỡ áo khi may, kết quả như sau:

161	159	168	153	150	157	172	165	161	158
169	153	164	167	172	174	163	156	166	166
161	152	165	169	160	152	165	163	174	168
159	168	164	169	156	172	167	158	161	160

- Mẫu số liệu trên có bao nhiêu giá trị khác nhau?
- Có nên dùng bảng tần số (hay bảng tần số tương đối) để biểu diễn mẫu số liệu thống kê đó không?
- Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm: $[150; 155)$, $[155; 160)$, $[160; 165)$, $[165; 170)$, $[170; 175)$. Có bao nhiêu số liệu trong mẫu số liệu đó thuộc vào nhóm 1?

Bài 15. Giáo viên chủ nhiệm lớp 9C đã thu được kết quả như sau: Thời gian tự học dưới 1 giờ có 10 bạn; từ 1 giờ đến dưới 2 giờ có 15 bạn; từ 2 giờ đến dưới 3 giờ có 8 bạn; từ 3 giờ đến dưới 4 giờ có 7 bạn. Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành các bảng sau vào vở:

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số	?	?	?	?

Bảng 1

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số tương đối	?	?	?	?

Bảng 2

Bài 16. Bạn Phương Linh ghi lại thời gian truy cập Internet của mình mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong vòng 1 tháng như sau:

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6
2,0	2,1	2,4	2,7	1,5	1,8	2,0	2,5

Bạn Phương Linh đánh giá mức độ sử dụng Internet mỗi ngày của mình theo tiêu chí sau:

Ít = $[0,2; 1,2)$, Trung bình = $[1,2; 2,2)$, Hơi nhiều = $[2,2; 3,2)$, Nhiều = $[3,2; 4,2)$, Rất nhiều = $[4,2; 5,2)$
 Hãy xác định tỉ lệ các ngày trong tháng bạn Phương Linh cập Internet mức độ “Rất nhiều”.

Bài 17. Ông Thành ghi lại chiều cao (đơn vị: cm) của các cây bạch đàn giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau:

16,4	19	29,6	18,3	21,8	20,6	22,2	27,1
21,2	15,9	28,6	18	29,8	27,2	18,1	28,4
29,2	23,8	29,6	25	24,4	15,4	23,8	16

Hãy chia dữ liệu trên thành 5 nhóm, với nhóm đầu tiên gồm các cây có chiều cao từ 15 cm đến dưới 18 cm và bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng.

Bài 18. Bạn Giang ghi lại cự li nhảy xa của các bạn trong câu lạc bộ thể thao ở bảng sau (đơn vị: mét):

5,4	3,6	4,7	4,2	4,4	4,8	3
4,2	3,8	4,2	4,4	4,6	4,8	5
5,4	4,1	3,5	4,7	5,1	4,1	4

- Để thu gọn bảng dữ liệu thì nên chọn bảng tần số không ghép nhóm hay bảng tần số ghép nhóm để biểu thị dữ liệu trên tại sao?
- Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, trong đó nhóm đầu tiên cự li từ 3,5 m đến dưới 4 m; lập bảng tần số và tần số tương đối ghép nhóm.

Bài 19. Một cuộc điều tra về thời gian dùng mạng Internet trong ngày của học sinh lớp 9 tại một thành phố cho kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[0; 0,5)	[0,5; 1,0)	[1,0; 1,5)	[1,5; 2,0)	[2,0; 2,5)
Tỉ lệ	15%	27%	23%	18%	17%

- Đọc và giải thích bảng thống kê trên.
- Để thu được bảng thống kê trên, người ta đã lập phiếu điều tra và thu về tổng cộng 2 000 phiếu trả lời. Lập bảng tần số ghép nhóm cho kết quả thu được.
- Hãy tính thời gian trung bình sử dụng internet trong ngày của học sinh lớp 9.

Bài 20. Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[10 ; 20)	[20 ; 30)	[30 ; 40)	[40 ; 50]	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

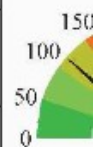
- Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.
- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Bài 21. Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng sau về chiều cao của một số cây chà là giống 3 tháng tuổi.

Chiều cao (cm)	[30; 34)	[34; 38)	[38; 42)	[42; 46)
Tần số tương đối	20%	35%	30%	15%

Bài 22. Hai bạn Hà và Hồng thống kê lại chỉ số chất lượng không khí (AQI) nơi mình ở tại thời điểm 12:00 mỗi ngày trong tháng 9/2024 ở bảng sau:

Chỉ số	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Tại nơi ở của Hà	12	8	6	4
Tại nơi ở của Hồng	10	12	15	10



- Hãy vẽ trên cùng một hệ trục hai biểu đồ dạng đoạn thẳng biểu diễn tần số tương đối cho chỉ số chất lượng không khí tại nơi ở của bạn Hà và tại nơi ở của bạn Hồng.
- Chỉ số AQI từ 150 trở lên được coi là không lành mạnh. Dựa vào biểu đồ tần số tương đối trên, hãy so sánh tỉ lệ số ngày chất lượng không khí được coi là không lành mạnh ở mỗi khu vực.

Bài 23. Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

- Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng mô tả bảng tần số tương đối ghép nhóm.

Bài 24. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại độ dài quãng đường di chuyển trong một tuần (đơn vị: kilômét) của 60 chiếc ô tô:

100 105 115 116 130 135 138 132 135 120 118 118 121 124 128
 125 128 120 124 140 140 146 145 142 142 135 135 142 144 151
 145 148 150 150 159 155 151 156 155 151 157 155 159 151 155
 154 152 153 160 162 175 176 165 188 198 175 178 172 170 195

Ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau:

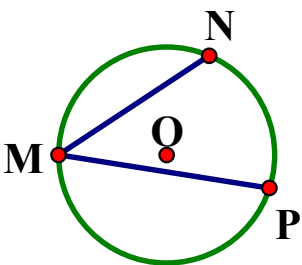
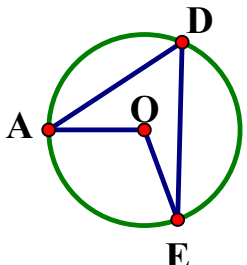
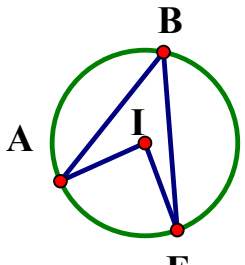
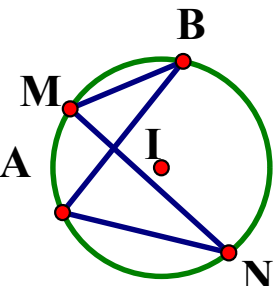
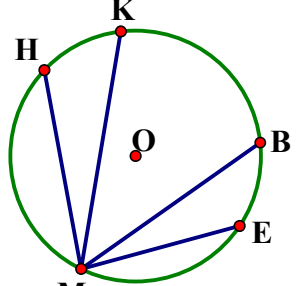
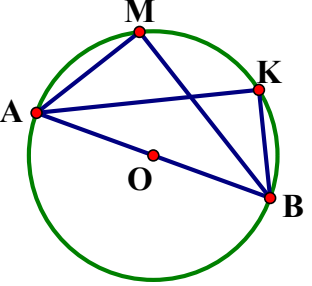
[100 ; 120), [120 ; 140), [140 ; 160), [160 ; 180), [180 ; 200).

- Tìm tần số của mỗi nhóm đó. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- Tính độ dài trung bình quãng đường di chuyển của 60 ô tô đó?

ĐỀ CƯƠNG CHƯƠNG IX – TOÁN 9

I. CÁC DẠNG BÀI TẬP LÝ THUYẾT:

Bài 1. Quan sát hình vẽ và trả lời các câu hỏi sau:

Hình 1:  Cho số $\widehat{NP} = 84^\circ$. Tính $\widehat{NMP} = ?$	Hình 2:  Cho $\widehat{AOE} = 110^\circ$. Tính $\widehat{ADE} = ?$	Hình 3:  Cho $\widehat{ABE} = 45^\circ$. Tính $\widehat{AIE} = ?$
Hình 4:  Cho $\widehat{BAN} = 65^\circ$. Tính $\widehat{BMN} = ?$	Hình 5:  Cho $\widehat{HOK} = 40^\circ$ và $\widehat{HK} = \widehat{BE}$. Tính $\widehat{HMK} = ?$; $\widehat{BME} = ?$	Hình 6:  Tính góc AMB và góc AKB?

Bài 2. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 10\text{cm}$, $AC = \sqrt{21}\text{cm}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC

Bài 3. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 4a$ và đường tròn ngoại tiếp ΔABC có bán kính là $R = \frac{5a}{2}$.

Tính AC theo a.

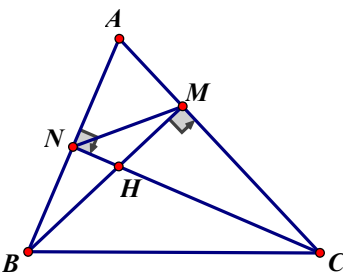
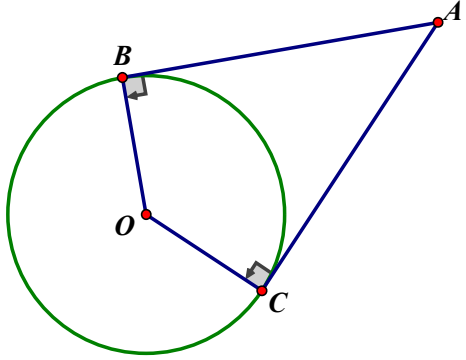
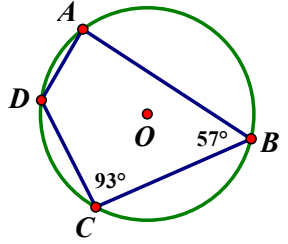
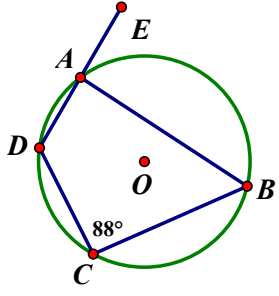
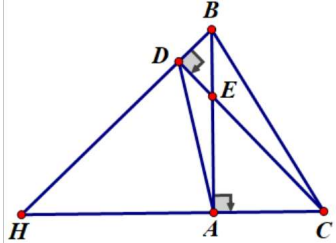
Bài 4. Cho ΔABC đều cạnh 6cm. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp ΔABC .

Bài 5. Đường tròn ngoại tiếp ΔABC đều có bán kính $R = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

a) Tính độ dài cạnh của ΔABC .

b) Tính bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC .

Bài 6. Quan sát hình vẽ và trả lời các câu hỏi sau:

 Chứng minh tứ giác BNMC là tứ giác nội tiếp	 Cho AB, AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) (với B, C là các tiếp điểm). Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp	 Tính số đo các góc A và D
 Tính số đo góc BAE	 Cho AC = 3cm và BC = 6cm. Tính số đo góc HAD và góc ADC	

Bài 7. Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật có chiều dài 4cm và chiều rộng 3cm.

Bài 8. Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O) bán kính $R = 3\text{cm}$. Tính diện tích hình vuông.

Bài 9. Tìm phép quay biến ngũ giác đều tâm I thành chính nó.

Bài 10. Tìm phép quay đa giác đều 10 cạnh biến đa giác này thành chính nó.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP TỔNG HỢP:

Bài 1. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), kẻ đường cao AH (H thuộc BC). Gọi hai điểm I và K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ A đến hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác AHBI là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{AHK} = \widehat{ABC}$ và $AH^2 = AI \cdot AK$

c) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AI và AK.

Chứng minh nếu $AH = AM + AN$ thì ba điểm A, O, H thẳng hàng.

Bài 2. Cho đường tròn (O) và đường thẳng d không đi qua tâm O cắt đường tròn tại hai điểm A và B.

Gọi C là điểm thuộc đường thẳng d sao cho A nằm giữa B và C. Vẽ đường kính PQ vuông góc với dây AB tại D (P thuộc cung lớn AB). Tia CP cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I (I khác P), AB cắt IQ tại K.

- a) Chứng minh tứ giác PDKI nội tiếp;
- b) Chứng minh KB. IQ = BQ. BI;
- c) Chứng minh IK là đường phân giác trong của tam giác AIB và $\frac{AC}{BC} = \frac{AK}{BK}$
- d) Cho ba điểm A, B, C cố định và đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn đi qua A, B.
Chứng minh đường thẳng IQ luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Kéo dài BE cắt đường tròn (O; R) tại F.

- a) Chứng minh tứ giác BDEA là tứ giác nội tiếp;
- b) Chứng minh tam giác AHF cân;
- c) Kẻ tia Et là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE tại E. M là giao điểm của Et và AB. Chứng minh M là trung điểm của AB.
- d) Cho BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$. Hãy xác định vị trí của A trên (O; R) để AD. DH lớn nhất.

Bài 4. Cho đường tròn (O, R) đường kính AB và một điểm M thuộc (O; R) với $AM < BM$. Trên cạnh MB lấy điểm C sao cho $MC = MA$. Gọi OD là bán kính vuông góc với AB (M và D ở hai phía đường thẳng AB)

- a) Chứng minh $\widehat{AMB} = 90^\circ$
- b) Chứng minh MD là tia phân giác của góc AMB và MD vuông góc với AC.
- c) Chứng minh D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- d) Đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác ABC cắt MD tại I.
Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB.

Bài 5. Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định. H là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OA (H không trùng với O và A). Qua H vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại C và D. Gọi K là điểm tùy ý thuộc cung lớn CD (K không trùng với C, D, B). Gọi I là giao điểm của AK và CD.

- a) Chứng minh bốn điểm H, I, K, B cùng thuộc một đường tròn.
- b) Chứng minh $AI \cdot AK = AH \cdot AB$.
- c) Chứng minh khi điểm K thay đổi trên cung lớn CD của (O) thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔKCI luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 6. Cho đường tròn (O, R) và một dây cung BC cố định. Gọi A là điểm nằm chính giữa cung nhỏ BC. Lấy điểm M bất kì trên cung nhỏ AC, kẻ tia Bx vuông góc với tia MA ở I và cắt tia CM tại D.

- a) Chứng minh $\widehat{AMD} = \widehat{ABC}$ và MA là tia phân giác của góc BMD.
- b) Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.
- c) Tia DA cắt BC tại E và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.

Bài 7. Cho đường tròn (O) có BC là dây cung BC cố định nhỏ hơn đường kính, A là điểm di động trên cung lớn BC (A không trùng B và C). Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC, EF cắt BC tại M, qua D kẻ đường thẳng song song với EF cắt AB tại P và cắt AC tại Q

- Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp $\widehat{BPQ} = \widehat{BCQ}$
- Chứng minh rằng tam giác DFP cân tại D
- Gọi N là trung điểm của BC. Chứng minh rằng MF. ME = MD. MN
- Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác MPQ luôn đi qua một điểm cố định khi A di động trên cung lớn BC

Bài 8. Cho (O; R) dây AB và M là điểm nằm chính giữa cung nhỏ AB. Trên dây AB lấy hai điểm C và D. Các đường thẳng MC, MD cắt (O) theo thứ tự tại E và F

- Chứng minh $\widehat{MCD} = \widehat{DFE}$ và tứ giác CDFE nội tiếp
- Chứng minh $MA^2 = MC \cdot ME$
- Chứng minh MA là tiếp tuyến của đường tròn (I) ngoại tiếp tam giác ACE
- Kẻ đường kính MN của đường tròn (O).

Tính độ dài của dây AB theo R để tứ giác BCIN là tứ giác nội tiếp.

Bài 9. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O), AD là đường phân giác của tam giác ABC, AD cắt (O) tại P. Gọi M là điểm thay đổi trên đoạn AD (M khác A, D). E và F theo thứ tự là hình chiếu của M trên AB và AC. Gọi K là giao điểm của AD và EF

- Chứng minh tứ giác AEMF nội tiếp và $\widehat{MAF} = \widehat{MFE}$
- Kẻ PO cắt (O) tại Q. Chứng minh EF // AQ
- Gọi I là giao điểm của PQ và BC. Chứng minh AK. PI = QI. KM
- Kẻ IH vuông góc với EF. Chứng minh MH luôn đi qua điểm cố định khi M thay đổi trên AD