

I. Trắc nghiệm:

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = -x^2$ đi qua điểm:

- A. $(2; -4)$. B. $(-2; 4)$. C. $(1; 1)$. D. $(\sqrt{2}; -1)$.

Câu 2. Điểm không thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là

- A. $(-2; 8)$. B. $(3; 12)$. C. $(-1; 2)$. D. $(3; 18)$.

Câu 3. Phương trình $-2x^2 - 4x + 9 = 0$ có

- A. Vô nghiệm. B. Một nghiệm duy nhất.
C. Hai nghiệm phân biệt. D. Nghiệm kép.

Câu 4. Với điều kiện nào của m thì phương trình $mx^2 + 3x + 6 = 0$ là phương trình bậc hai ?

- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m = 0$. D. $m \neq 0$.

Câu 5. Phương trình nào dưới đây có hai nghiệm âm?

- A. $x^2 + 3x + 6 = 0$. B. $2x^2 + 3x + 6 = 0$.
C. $x^2 + 5x + 6 = 0$. D. $-x^2 + 4 = 0$.

Câu 6. Giá trị của m để phương trình $(m - 1)x^2 + mx + 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt là

- A. $m = 1$. B. $m \neq 1; m \neq 2$. C. $m \neq 2$. D. $\forall m$.

Câu 7. Tìm hai số biết tổng của chúng bằng -9 , tích của chúng bằng 14 hai số đó là

- A. -2 và -7 . B. 2 và -11 . C. 2 và 7 . D. -4 và -5 .

Câu 8. Phương trình có tổng hai nghiệm $x_1 + x_2 = 2$ và tích hai nghiệm $x_1 \cdot x_2 = -3$ là

- A. $-x^2 + 2x + 3 = 0$. B. $-x^2 - 3x + 2 = 0$. C. $x^2 - 2x + 3 = 0$. D.
 $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Câu 9. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm trái dấu?

- A. $x^2 + 1 = 0$. B. $x^2 + 4x + 1 = 0$.
C. $x^2 - 4x + 1 = 0$. D. $x^2 + x + 1 - \sqrt{3} = 0$.

Câu 10. Cạnh huyền của một tam giác vuông có độ dài bằng $13cm$, hai cạnh góc vuông của tam giác vuông đó hơn kém nhau $7cm$. Độ dài hai cạnh góc vuông đó là

- A. $1cm, 8cm$. B. $5cm, 12cm$. C. $5cm, 9cm$. D. $9cm, 2cm$.

Câu 11. Bạn Minh có hai giá sách với tổng cộng là 120 cuốn. Nếu chuyển 30 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách mỗi giá như nhau. Số sách ở giá thứ nhất và giá thứ hai lần lượt

- A. 30 và 90 . B. 75 và 45 . C. 90 và 30 . D. 45 và 75 .

Câu 12. Một số tự nhiên có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số mới lớn hơn số đã cho là 63 đơn vị. Tổng số đã cho và số tạo thành là 99 đơn vị. Tổng các chữ số của số đó là

- A. 6 . B. 7 . C. 8 . D. 9 .

Câu 13. Bạn Lan và Mai đi xe đạp cùng xuất phát cùng một lúc từ A đến B dài $20km$. Vận tốc của Lan hơn vận tốc của Mai là $2km/h$ nên Lan đến sớm hơn Mai 20 phút. Vận tốc của Lan là

- A. $14km/h$. B. $12km/h$. C. $18km/h$. D. $10km/h$.

II. Tự luận:

Phần 1. Hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$

Bài 1. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^2$.

1) Tìm giá trị của y tương ứng với giá trị của x trong bảng sau:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = -\frac{1}{3}x^2$	?	?	?	?	?	?	?

2) Dựa vào bảng giá trị trên, vẽ đồ thị của hàm số đó.

3) Tìm những điểm thuộc đồ thị của hàm số có hoành độ lần lượt bằng $6; -2\sqrt{3}$.

4) Tìm điểm thuộc đồ thị của hàm số có tung độ bằng -27 .

Bài 2. Vẽ đồ thị hàm số:

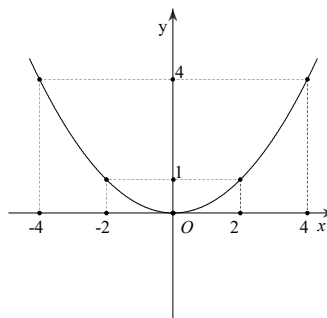
a) $y = x^2$	b) $y = -x^2$	c) $y = 2x^2$	d) $y = -2x^2$
e) $y = \frac{1}{2}x^2$	f) $y = \frac{1}{4}x^2$	g) $y = -\frac{1}{4}x^2$	h) $y = \frac{-x^2}{2}$

Bài

3.

Cho hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$.

1) Tìm a , biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(-2;8)$.



2) Vẽ đồ thị của hàm số với a vừa tìm được.

3) Tìm các điểm thuộc đồ thị trên có tung độ $y = 2$.

Bài 4.

Biết rằng đường cong trong hình bên là một parabol $y = ax^2$.

1) Tìm hệ số a .

2) Tìm tung độ của điểm thuộc parabol có hoành độ $x = -2$

3) Tìm các điểm thuộc parabol có tung độ $y = 8$.

Bài 5. Cho một hình tam giác đều có độ dài cạnh là $x(\text{cm})$.

1) Viết công thức tính diện tích S của hình tam giác đều theo x .

2) Tính S khi x lần lượt bằng $3\text{cm}, 6\text{cm}, 8\text{cm}$.

Bài 6. Lực F của gió khi thổi vuông góc vào cánh buồm tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc v của gió, tức $F = av^2$ (a là hằng số). Biết rằng khi vận tốc gió bằng 3m/s thì lực tác động lên cánh buồm của một con thuyền bằng 270N (Niu-ton).

1) Tính hằng số a .

2) Biết rằng cánh buồm chỉ có thể chịu được một áp lực tối đa là 12000N , hỏi con thuyền có thể đi được trong gió bão với vận tốc gió 100km/h hay không?

Phần 2. Công thức nghiệm – Công thức nghiệm thu gọn

Bài 7. Giải các phương trình sau:

- | | | |
|---------------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $-7x^2 = 0$ | 2) $(x-3)^2 = 0$ | 3) $(x-7)^2 = 9$; |
| 4) $(x+5)^2 = -2$; | 5) $4x^2 - 100 = 0$ | 6) $x^2 - 12x + 36 = 4$; |
| 7) $(x-5)^2 = 7$ | 8) $2x^2 + 9x = 0$ | 9) $3x^2 - 5x = 0$; |
| 10) $2x^2 - 8x = 0$ | 11) $3x^2 + 11x = 0$; | 12) $x^2 - 5 = 0$. |

Bài 8. Giải các phương trình sau:

- | | |
|----------------------------|----------------------------------|
| 1) $x^2 - 5x + 6 = 0$; | 2) $x^2 - 6x + 8 = 0$; |
| 3) $x^2 - 7x + 10 = 0$; | 4) $x^2 + 7x - 8 = 0$; |
| 5) $2x^2 - 3x - 5 = 0$; | 6) $5x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0$; |
| 7) $x^2 + 16x + 39 = 0$; | 8) $x^2 + 2\sqrt{3}x - 6 = 0$; |
| 9) $-7x^2 - 3x + 10 = 0$; | 10) $\sqrt{2}x^2 - 3x + 5 = 0$; |

Bài 9. Giải các phương trình sau

- | | |
|---|---|
| 1) $(x-6)^2 + 7x = 72$; | 2) $-x + 2 = 2(x+1)^2$; |
| 3) $2x(3x+1) + 1 = 3(x^2 + 2)$; | 4) $(x-3)^2 - 7x = 2x(x+3) - 33$; |
| 5) $\frac{x^2 - 9}{3} = x(1-x) - 2$; | 6) $\frac{(x-2)(x-1)}{4} = \frac{2x(x-3)}{2} - \frac{1}{6}$; |
| 7) $(x^2 + 2)^2 - 7(x^2 + 2) + 6 = 0$; | 8) $(3 - 2x^2)^2 - 3(3 - 2x^2) - 40 = 0$; |
| 9) $(x^2 - 6x)^2 + 19(x^2 - 6x) + 90 = 0$; | 10) $(x^2 + 5x)^2 - 2x^2 - 10x - 24 = 0$. |

Bài 10. Nhẩm nghiệm của các phương trình sau:

- | | |
|--|---|
| 1) $2x^2 + 5x - 7 = 0$; | 2) $4x^2 - 5x - 9 = 0$; |
| 3) $-2x^2 - 11x - 9 = 0$; | 4) $\frac{8}{3}x^2 + 6x + \frac{10}{3} = 0$; |
| 5) $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$; | 6) $\sqrt{3}x^2 + (2 - \sqrt{3})x - 2 = 0$; |
| 7) $(3 + \sqrt{2})x^2 - (1 + \sqrt{2})x - 2 = 0$; | 8) |
- $(1 - \sqrt{2})x^2 - 2x - 2\sqrt{2}x = -1 - 3\sqrt{2}$;

Phần 3. Hệ thức Viète và ứng dụng

Bài 11. Cho phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của các biểu thức sau.

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $5x_1x_2^2 + 5x_2x_1^2$; | 2) $x_1^2 + x_2^2$; | 3) $2x_2x_1^3 + 2x_1x_2^3$; |
| 4) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$; | 5) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$; | 6) $\frac{x_1+1}{x_2} + \frac{x_2+1}{x_1}$; |
| 7) $\frac{x_1}{x_2+2} + \frac{x_2}{x_1+2}$; | 8) $\frac{x_1-1}{x_2} + \frac{x_2-1}{x_1}$; | 9) $\frac{x_1^2+2}{x_2} + \frac{x_2^2+2}{x_1}$. |

Bài 12. Cho $S = x_1 + x_2$ và $P = x_1x_2$. Tìm x_1, x_2 biết:

a) $S = 3, P = 2$

b) $S = 1, P = -2$

c) $S = 5, P = 6$

d) $S = 1, P = -6$

e) $S = 7, P = 12$

f) $S = -1, P = -12$

Bài 13. Cho phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy:

a) Tính tổng và tích các nghiệm của phương trình trên.

b) Tính giá trị biểu thức: $M = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$.

Bài 14. Cho phương trình: $x^2 + 3x - 4 = 0$.

a) Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Tính tổng và tích hai nghiệm đó.

c) Tính $\frac{2x_1 + 2x_2}{x_1x_2 + 1}$; $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; $(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2$; $x_1^2 + x_2^2$.

Bài 15. Cho phương trình $3x^2 - 7x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) - x_1^2x_2^2$.

Bài 16. Cho phương trình: $x^2 - 3x - 2 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy

tính giá trị của biểu thức: $K = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$.

Bài 17. Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2mx - 2 = 0$. (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 5$.

Bài 18. Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 2m - 5 = 0$ (1) (x là ẩn số)

Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $3x_1 + 3x_2 = -\frac{1}{2}x_1 \cdot x_2$.

Bài 19. Tìm m để phương trình $x^2 - 5x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 = 17$$

Phần 4. Phương trình bậc hai có chứa tham số m – Hệ thức Viète

Bài 20. Cho phương trình: $x^2 - 3x - 3m + 2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = -2$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình nhận $x = -1$ là nghiệm. Tìm nghiệm còn lại.

c) Tìm các giá trị của m để phương trình trên có nghiệm kép.

Bài 21. Cho phương trình: $x^2 - 4x - m + 2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = -2$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình nhận $x = 3$ là nghiệm. Tìm nghiệm còn lại.

c) Tìm các giá trị của m để phương trình trên vô nghiệm.

Bài 22. Cho phương trình: $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 3$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình nhận $x = 3$ là nghiệm.

c) Tìm các giá trị của m để phương trình trên có nghiệm.

Bài 23. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình:

a) $x^2 - 2(m-1)x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu;

b) $x^2 - 8x + 2m + 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt;

- c) $x^2 - 2(m-3)x + 8 - 4m = 0$ có hai nghiệm phân biệt âm;
 d) $x^2 - 6x + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương;
 e) $x^2 - 2(m-1)x - 3 - m = 0$ có đúng một nghiệm dương.

Bài 24. Cho phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ (với m tham số)

- a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm trái dấu.
 b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$.

Phần 5. Đồ thị hàm số, tương giao giữa đường thẳng và parabol

Bài 25. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2x + m$

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 3$
 b) Tìm m để (d) tiếp xúc với (P)
 c) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía đối với trục Oy
 d) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm
 e) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương

Bài 26. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - m + 2$

- a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .
 b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung có hoành

độ x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^3 + x_2^3 = 18$

Bài 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng

$(d): y = (m+2)x - m$.

- a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
 b) Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ các giao điểm của (d) và (P) . Tìm tất cả giá trị của m để

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 + x_2 - 2}$$

Bài 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 1 - m$

- a) Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = -1$
 b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$.

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

DẠNG 1. TOÁN CHUYỂN ĐỘNG:

Bài 1. Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 30km. Khi đi từ B trở về A, nhờ xuôi gió nên tốc độ lúc về nhanh hơn tốc độ lúc đi là 5km/h. Vì thế thời gian về ít hơn thời gian đi là 5 phút. Tính tốc độ của xe máy khi đi từ A đến B.

Bài 2. Một người dự định đi từ A đến B cách nhau 36km trong thời gian nhất định. Sau khi đi được nửa đường, người đó nghỉ 18 phút. Do đó, để đến B đúng hẹn người đó tăng vận tốc thêm 2km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc lúc đi.

Bài 3. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 90km. Tốc độ của xe thứ hai nhanh hơn tốc độ của xe thứ nhất là 10km/h nên đã đến sớm hơn xe thứ nhất 27 phút. Tính tốc độ của mỗi xe.

- Bài 4.** Hai ô tô cùng đi từ A đến B với quãng đường dài 200km. Vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 10km/h nên xe thứ nhất đến B trước xe thứ hai là 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe.
- Bài 5.** Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 12km. Một tàu du lịch đi từ bến A đến bến B, nghỉ 60 phút ở bến B rồi quay lại bến A. Thời gian kể từ lúc khởi hành đến khi về đến bến A là 3,5 giờ. Hãy tìm vận tốc thực của tàu du lịch (tức là vận tốc của tàu khi nước yên lặng), biết rằng vận tốc của dòng nước là 2km/h.
- Bài 6.** Một canô chạy trên khúc sông dài 30km. Thời gian canô xuôi dòng ít hơn thời gian canô ngược dòng là 1 giờ 30 phút. Tìm vận tốc của canô biết vận tốc dòng nước là 5km/h.
- Bài 7.** Một ca nô chạy xuôi dòng từ A đến B rồi chạy ngược dòng từ B về A hết 4 giờ. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết rằng quãng sông AB dài 30km và vận tốc dòng nước là 4km/h.

DẠNG 2. TOÁN NĂNG SUẤT:

- Bài 1.** Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?
- Bài 2.** Một công nhân theo kế hoạch phải làm 85 sản phẩm trong một khoảng thời gian dự định. Nhưng do yêu cầu đột xuất, người công nhân đó phải làm thêm 96 sản phẩm. Do người công nhân mỗi giờ đã làm tăng thêm 3 sản phẩm, nên người đó đã hoàn thành công việc sớm hơn so với thời gian dự định là 20 phút. Hỏi mỗi giờ người công nhân đó làm bao nhiêu sản phẩm?
- Bài 3.** Một phân xưởng theo kế hoạch phải dệt 3000 tấm thảm. Trong 8 ngày đầu họ đã thực hiện được đúng kế hoạch, những ngày còn lại họ đã dệt vượt mức một ngày 10 tấm, nên đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải dệt bao nhiêu tấm?
- Bài 4.** Một tổ sản xuất phải làm được 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất quy định. Sau khi làm xong 400 sản phẩm tổ sản xuất tăng năng suất lao động, mỗi ngày làm tăng thêm 10 sản phẩm so với quy định. Vì vậy mà công việc được hoàn thành sớm hơn quy định một ngày. Hỏi theo quy định, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm?

DẠNG 3. TOÁN VỀ QUAN HỆ CÁC SỐ:

- Bài 1.** Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng hiệu giữa chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là -2 và tích của chúng bằng 15.
- Bài 2.** Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu lên 4 đơn vị thì sẽ được phân số nghịch đảo của phân số đã cho. Tìm phân số đó
- Bài 3.** Tìm hai số biết tổng của chúng là 17 và tổng lập phương của chúng bằng 1241.
- Bài 4.** Tìm tất cả các số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 5 và tổng các bình phương hai chữ số của nó bằng 13.
- Bài 5.** Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tổng các bình phương của nó bằng 85.

DẠNG 4. TOÁN CÓ NỘI DUNG HÌNH HỌC:

- Bài 1.** Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 160m. Nếu tăng chiều rộng thêm 10m và giảm chiều dài đi 10m thì diện tích tăng thêm 200m^2 . Tính diện tích của hình chữ nhật?
- Bài 2.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều rộng ngắn hơn chiều dài 11m và có diện tích là 108m^2 . Tính các kích thước của mảnh vườn đó.
- Bài 3.** Một mảnh đất có dạng hình chữ nhật, chiều dài hơn chiều rộng 6m, độ dài đường chéo là 30m. Tính diện tích của mảnh đất đó.
- Bài 4.** Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 280m. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn rộng 2m, diện tích còn lại của khu vườn là 4256m^2 . Tính các kích thước của khu vườn.
- Bài 5.** Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Nếu giảm chiều rộng đi 4m và giảm chiều dài đi 7m thì diện tích thửa ruộng giảm đi 132m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

- Bài 6.** Một tam giác vuông có chu vi là 30cm, độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 7cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác vuông.
- Bài 7.** Từ một tấm tôn hình vuông, người ta cắt bỏ bốn hình vuông có độ dài cạnh 15 cm ở bốn góc, sau đó gập thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp và có thể tích là $13,5 \text{ dm}^3$. Tính độ dài cạnh của tấm tôn hình vuông ban đầu.
- Bài 8.** Một công ty sản xuất các khay có dạng hình hộp chữ nhật để trồng rau trong chung cư ở các thành phố. Biết diện tích mặt đáy của khay đó là 2856 cm^2 và chu vi mặt đáy của khay đó là 220cm. Tìm các kích thước mặt đáy của khay đó.

DẠNG 7. CÁC DẠNG TOÁN KHÁC:

- Bài 1.** Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 30 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 2 xe nên mỗi xe chở ít hơn 0,5 tấn hàng. Hỏi lúc đầu, đoàn xe có bao nhiêu chiếc ?
- Bài 2.** Một đoàn xe nhận chở 480 tấn hàng. Khi sắp khởi hành, đoàn xe có thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 8 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc xe? Biết rằng các xe chở khối lượng hàng bằng nhau.
- Bài 3.** Một công ty vận tải điều một số xe đến kho để chở 21 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 1 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng đó, mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu công ty đã điều bao nhiêu xe đến kho, biết mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau.
- Bài 4.** Một đội xe nhận vận chuyển 72 tấn hàng nhưng khi sắp khởi hành thì có 3 xe bị hỏng, do đó mỗi xe phải chở nhiều hơn 2 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc, biết khối lượng hàng mỗi xe chở là như nhau.
- Bài 3.** Một nhóm gồm 15 học sinh (cả nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm? Biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.
- Bài 4.** Một lớp học có 42 học sinh dự buổi sinh hoạt ngoại khóa được sắp xếp đều nhau trên các băng ghế. Nếu ta bớt đi 1 băng ghế thì mỗi băng ghế còn lại phải xếp thêm 1 học sinh. Tính số băng ghế lúc đầu.
- Bài 5.** Một phòng họp có 90 người được sắp xếp ngồi đều trên các dãy ghế. Nếu ta bớt đi 5 dãy ghế thì mỗi dãy ghế còn lại phải xếp thêm 3 người mới đủ chỗ. Hỏi lúc đầu có mấy dãy ghế và mỗi dãy ghế được xếp bao nhiêu người?
- Bài 6.** Ban đầu, khán đài của nhà thi đấu các nội dung thuộc môn Bơi tại SEA Games chứa 1188 ghế được xếp thành các dãy, số lượng ghế ở các dãy bằng nhau. Để phục vụ đông đảo khán giả hơn, khán đài sau đó đã được lắp thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy được lắp thêm 4 ghế. Vì thế, khán đài được tăng thêm 254 ghế. Tìm số dãy ghế ban đầu của khán đài.
- Bài 7.** Lớp 9A dự định trồng 420 cây xanh. Đến ngày thực hiện có 7 bạn không tham gia do được triệu tập học bồi dưỡng đội tuyển học sinh giỏi của nhà trường nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 3 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh.
- Bài 7.** Một đội công nhân xây dựng hoàn thành căn nhà với 480 ngày công. Khi thực hiện đội tăng cường thêm 3 công nhân nên thời gian hoàn thành công việc sớm hơn 8 ngày. Tính số công nhân ban đầu của đội.

NỘI DUNG: TẦN SỐ VÀ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI

- Bài 1.** Thống kê số cuộc gọi đến tổng đài CSKH mỗi ngày trong tháng 11/2024 được ghi lại như sau:

4	2	6	3	6	3	2	5	4	2	5	4	3	3	3
3	5	4	4	3	4	6	5	3	6	3	5	3	5	5

- a) Xác định cỡ mẫu.
b) Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.
c) Có bao nhiêu giá trị có tần số lớn hơn 4?

Bài 2. Bảng sau đây ghi lại tên của các bạn đạt điểm tốt vào các ngày trong tuần của lớp 9V, mỗi điểm tốt ghi tên một lần.

Ngày	Thứ Hai	Thứ Ba	Thứ Tư	Thứ Năm	Thứ Sáu
Tên bạn đạt điểm tốt	Bình Nam	Tuấn Thảo	Bình	Yến Nam	Nam Thảo

a) Trong tuần những bạn nào đạt điểm tốt? Mỗi bạn đạt được mấy điểm tốt?

b) Lập bảng tần số cho dãy dữ liệu này. Bạn nào có số lần đạt điểm tốt nhiều nhất?

Bài 3. Biểu đồ hình bên dưới cho biết số ngày sử dụng phương tiện đến trường của bạn Mai trong tháng 9. Lập bảng tần số cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

Bài 4. Thống kê thâm niên công tác (đơn vị: năm) của 33 nhân viên ở một công sở như sau:

7	2	5	9	7	4	3	8	10	4	4
2	4	4	5	6	7	7	5	4	1	8
9	4	2	8	5	5	7	3	14	8	8



a) Lập bảng tần số ở dạng bảng dọc của mẫu số liệu thống kê đó

b) Vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu thống kê trên.

Bài 5. Sau khi điều tra 60 hộ gia đình ở vùng dân cư về số nhân khẩu của mỗi hộ gia đình, người ta được dãy số liệu sau. Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên.

6	6	6	7	5	5	4	5	6	4	4	8	6	6	6
6	5	5	5	4	6	6	7	7	5	5	5	5	6	4
4	6	6	6	6	5	5	5	4	8	6	6	5	5	5
5	6	6	4	5	6	7	6	8	6	5	5	6	5	6

Bài 6. Điều tra về “Loại nhạc cụ bạn muốn chơi nhất” đối với các bạn trong lớp, bạn Linh thu được ý kiến trả lời và ghi lại như dưới đây:

Đàn piano	Trống	Đàn Bầu	Đàn piano	Đàn guitar
Đàn guitar	Sáo	Đàn guitar	Đàn guitar	Đàn piano
Sáo	Đàn piano	Sáo	Kèn harmonica	Đàn violin
Trống	Đàn guitar	Đàn Bầu	Đàn piano	Đàn piano
Đàn violin	Đàn piano	Đàn violin	Sáo	Trống
Kèn harmonica	Đàn violin	Đàn piano	Đàn piano	Đàn guitar

a) Có bao nhiêu loại nhạc cụ được các bạn nêu trên?

b) Hãy xác định tỉ lệ phần trăm học sinh chọn mỗi loại nhạc cụ.

Bài 7. Bảng sau thống kê số lượt click chuột vào xem quảng cáo ở một trang web vào tháng 12/2022.

Số lượt nhấp chuột	0	1	2	3	4	5
Số người dùng	25	56	12	9	5	3

a) Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn biểu diễn mẫu số liệu trên.

c) Tính số lượt click chọn xem quảng cáo trung bình của một người khi truy cập trang web?

Bài 8. Một cửa hàng thống kê lại số điện thoại di động bán được trong tháng 04/2022 và tháng 04/2023 ở bảng sau:

Thương hiệu	A	B	C	D	Các thương hiệu khác
Tháng 4/2022	54	48	32	96	20
Tháng 4/2023	60	56	60	120	24

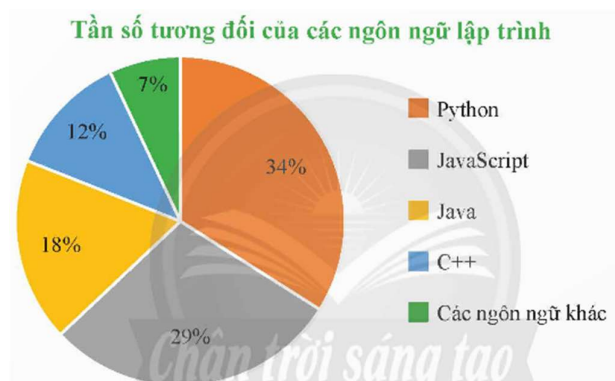
a) Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để thấy xu thế thay đổi lựa chọn thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê.

b) Hãy cho biết trong các thương hiệu điện thoại A, B, C, D, thương hiệu nào tăng trưởng cao nhất, thương hiệu nào tăng trưởng thấp nhất.

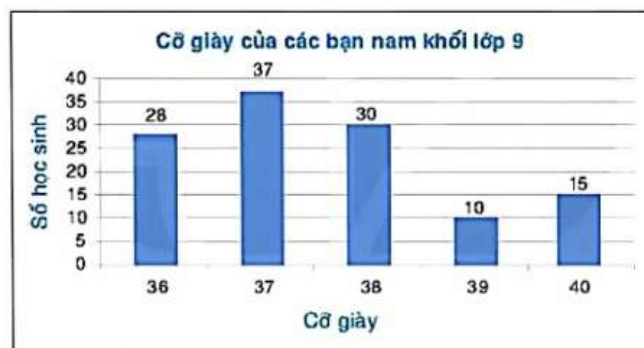
Bài 9. Biểu đồ hình quạt tròn dưới đây biểu diễn tần số tương đối của các ngôn ngữ lập trình được sử dụng khi viết 200 phần mềm của một công ty công nghệ. Biết rằng, mỗi phần mềm được viết bằng đúng một ngôn ngữ lập trình.

a) Ngôn ngữ lập trình nào được sử dụng phổ biến nhất khi viết 200 phần mềm đó?

b) Hãy lập bảng tần số biểu diễn số liệu cho bởi biểu đồ trên.



Bài 10. Biểu đồ cột hình bên dưới cho biết cỡ giày của các bạn nam khối lớp 9 trong trường. Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.



Bài 11. Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

a) Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng mô tả bảng tần số tương đối ghép nhóm.

Bài 12. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại độ dài quãng đường di chuyển trong một tuần (đơn vị: kilômét) của 60 chiếc ô tô:

100 105 115 116 130 135 138 132 135 120 118 118 121 124 128
125 128 120 124 140 140 146 145 142 142 135 135 142 144 151
145 148 150 150 159 155 151 156 155 151 157 155 159 151 155
154 152 153 160 162 175 176 165 188 198 175 178 172 170 195

Ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau:

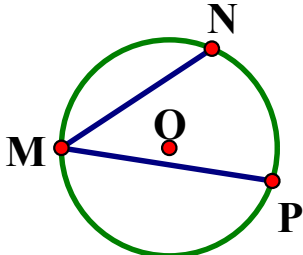
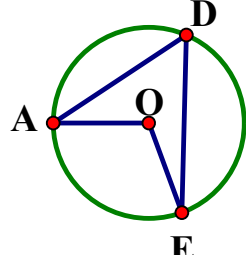
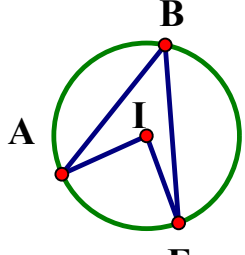
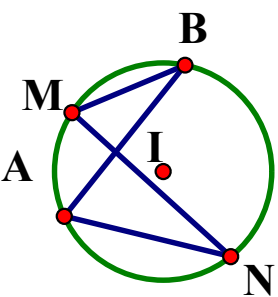
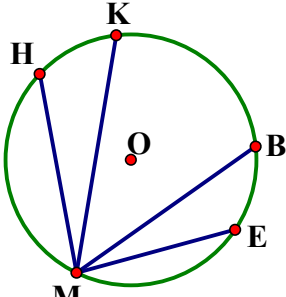
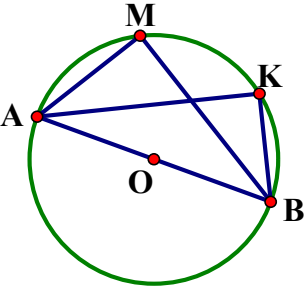
[100 ; 120), [120 ; 140), [140 ; 160), [160 ; 180), [180 ; 200).

- Tìm tần số của mỗi nhóm đó. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- Tính độ dài trung bình quãng đường di chuyển của 60 ô tô đó?

NỘI DUNG: ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP VÀ ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

I. CÁC DẠNG BÀI TẬP LÝ THUYẾT:

Bài 1. Quan sát hình vẽ và trả lời các câu hỏi sau:

Hình 1:  Cho số $\widehat{NP} = 84^\circ$. Tính $\widehat{NMP} = ?$	Hình 2:  Cho $\widehat{AOE} = 110^\circ$. Tính $\widehat{ADE} = ?$	Hình 3:  Cho $\widehat{ABE} = 45^\circ$. Tính $\widehat{AIE} = ?$
Hình 4:  Cho $\widehat{BAN} = 65^\circ$. Tính $\widehat{BMN} = ?$	Hình 5:  Cho $\widehat{HOK} = 40^\circ$ và $\widehat{HK} = \widehat{BE}$. Tính $\widehat{HMK} = ?$; $\widehat{BME} = ?$	Hình 6:  Tính góc AMB và góc AKB?

Bài 2. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 10\text{cm}$, $AC = \sqrt{21}\text{cm}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC

Bài 3. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 4a$ và đường tròn ngoại tiếp ΔABC có bán kính là $R = \frac{5a}{2}$.

Tính AC theo a.

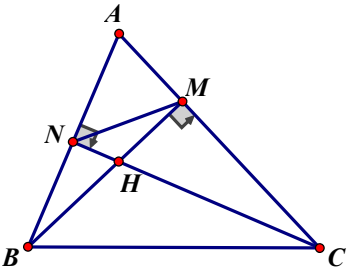
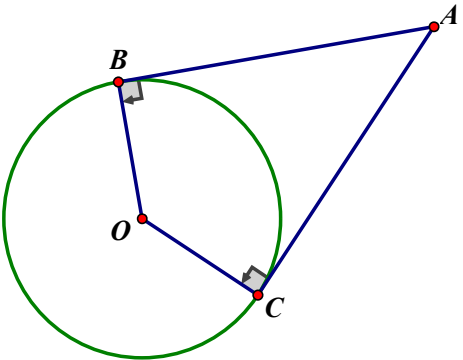
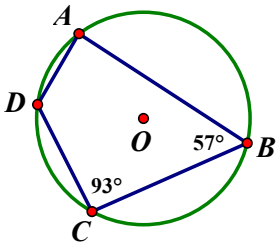
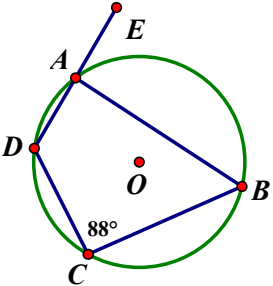
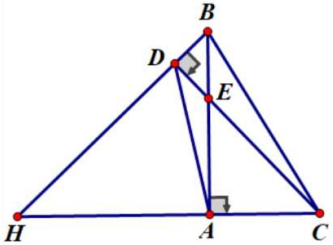
Bài 4. Cho ΔABC đều cạnh 6cm. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp ΔABC .

Bài 5. Đường tròn ngoại tiếp ΔABC đều có bán kính $R = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

a) Tính độ dài cạnh của ΔABC .

b) Tính bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC .

Bài 6. Quan sát hình vẽ và trả lời các câu hỏi sau:

 Chứng minh tứ giác BNMC là tứ giác nội tiếp	 Cho AB, AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) (với B, C là các tiếp điểm). Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp	 Tính số đo các góc A và D
 Tính số đo góc BAE	 Cho AC = 3cm và BC = 6cm. Tính số đo góc HAD và góc ADC	

Bài 7. Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật có chiều dài 4cm và chiều rộng 3cm.

Bài 8. Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O) bán kính $R = 3\text{cm}$. Tính diện tích hình vuông.

Bài 9. Tìm phép quay biến ngũ giác đều tâm I thành chính nó.

Bài 10. Tìm phép quay đa giác đều 10 cạnh biến đa giác này thành chính nó.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP TỔNG HỢP:

Bài 1. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), kẻ đường cao AH (H thuộc BC). Gọi hai điểm I và K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ A đến hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác AHBI là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{AHK} = \widehat{ABC}$ và $AH^2 = AI \cdot AK$

c) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AI và AK.

Chứng minh nếu $AH = AM + AN$ thì ba điểm A, O, H thẳng hàng.

Bài 2. Cho đường tròn (O) và đường thẳng d không đi qua tâm O cắt đường tròn tại hai điểm A và B. Gọi C là điểm thuộc đường thẳng d sao cho A nằm giữa B và C. Vẽ đường kính PQ vuông góc với dây AB tại D (P thuộc cung lớn AB). Tia CP cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I (I khác P), AB cắt IQ tại K.

a) Chứng minh tứ giác PDKI nội tiếp;

b) Chứng minh KB. IQ = BQ. BI;

c) Chứng minh IK là đường phân giác trong của tam giác AIB và $\frac{AC}{BC} = \frac{AK}{BK}$

d) Cho ba điểm A, B, C cố định và đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn đi qua A, B. Chứng minh đường thẳng IQ luôn đi qua một điểm cố định.

- Bài 3.** Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Kéo dài BE cắt đường tròn (O; R) tại F.
- Chứng minh tứ giác BDEA là tứ giác nội tiếp;
 - Chứng minh tam giác AHF cân;
 - Kẻ tia Et là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE tại E. M là giao điểm của Et và AB. Chứng minh M là trung điểm của AB.
 - Cho BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$. Hãy xác định vị trí của A trên (O; R) để AD. DH lớn nhất.
- Bài 4.** Cho đường tròn (O, R) đường kính AB và một điểm M thuộc (O; R) với $AM < BM$. Trên cạnh MB lấy điểm C sao cho $MC = MA$. Gọi OD là bán kính vuông góc với AB (M và D ở hai phía đường thẳng AB)
- Chứng minh $\widehat{AMB} = 90^\circ$
 - Chứng minh MD là tia phân giác của góc AMB và MD vuông góc với AC.
 - Chứng minh D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
 - Đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác ABC cắt MD tại I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB.
- Bài 5.** Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định. H là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OA (H không trùng với O và A). Qua H vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại C và D. Gọi K là điểm tùy ý thuộc cung lớn CD (K không trùng với C, D, B). Gọi I là giao điểm của AK và CD.
- Chứng minh bốn điểm H, I, K, B cùng thuộc một đường tròn.
 - Chứng minh $AI \cdot AK = AH \cdot AB$.
 - Chứng minh khi điểm K thay đổi trên cung lớn CD của (O) thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔKCI luôn thuộc một đường thẳng cố định.
- Bài 6.** Cho đường tròn (O, R) và một dây cung BC cố định. Gọi A là điểm nằm chính giữa cung nhỏ BC. Lấy điểm M bất kì trên cung nhỏ AC, kẻ tia Bx vuông góc với tia MA ở I và cắt tia CM tại D.
- Chứng minh $\widehat{AMD} = \widehat{ABC}$ và MA là tia phân giác của góc BMD.
 - Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.
 - Tia DA cắt BC tại E và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.
- Bài 7.** Cho đường tròn (O) có BC là dây cung BC cố định nhỏ hơn đường kính, A là điểm di động trên cung lớn BC (A không trùng B và C). Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC, EF cắt BC tại M, qua D kẻ đường thẳng song song với EF cắt AB tại P và cắt AC tại Q
- Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp $\widehat{BPQ} = \widehat{BCQ}$
 - Chứng minh rằng tam giác DFP cân tại D
 - Gọi N là trung điểm của BC. Chứng minh rằng $MF \cdot ME = MD \cdot MN$
 - Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác MPQ luôn đi qua một điểm cố định khi A di động trên cung lớn BC
- Bài 8.** Cho (O; R) dây AB và M là điểm nằm chính giữa cung nhỏ AB. Trên dây AB lấy hai điểm C và D. Các đường thẳng MC, MD cắt (O) theo thứ tự tại E và F
- Chứng minh $\widehat{MCD} = \widehat{DFE}$ và tứ giác CDFE nội tiếp
 - Chứng minh $MA^2 = MC \cdot ME$
 - Chứng minh MA là tiếp tuyến của đường tròn (I) ngoại tiếp tam giác ACE
 - Kẻ đường kính MN của đường tròn (O).
- Tính độ dài của dây AB theo R để tứ giác BCIN là tứ giác nội tiếp.

- Bài 9.** Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O) , AD là đường phân giác của tam giác ABC , AD cắt (O) tại P . Gọi M là điểm thay đổi trên đoạn AD (M khác A, D). E và F theo thứ tự là hình chiếu của M trên AB và AC . Gọi K là giao điểm của AD và EF
- Chứng minh tứ giác $AEMF$ nội tiếp và $\widehat{MAF} = \widehat{MFE}$
 - Kẻ PO cắt (O) tại Q . Chứng minh $EF \parallel AQ$
 - Gọi I là giao điểm của PQ và BC . Chứng minh $AK \cdot PI = QI \cdot KM$
 - Kẻ IH vuông góc với EF . Chứng minh MH luôn đi qua điểm cố định khi M thay đổi trên AD
- Bài 10.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Đường cao AD của tam giác ABC cắt đường tròn (O) tại điểm E (E khác A). Gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến đường thẳng AB .
- Chứng minh bốn điểm: E, D, B, K cùng thuộc một đường tròn.
 - Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm S . Chứng minh EA là tia phân giác của góc CEK và $AB \cdot AC = AE \cdot AS$.
 - Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Chứng minh đường thẳng SI vuông góc với đường thẳng HK .